

VIDANGE D'UN RECIPIENT

1) L'écoulement est supposé permanent (il l'est par durées successives assez brèves) donc $D_m = \rho D_V = \text{cste}$ et puisque $\rho = \text{cste}$ alors $D_V = \text{cste}$. Le débit volumique d'un fluide en écoulement à la vitesse v dans une conduite de section S est : $D_V = v S$

En appliquant cette relation entre les sections S et s :

$$v_A S = v_B s$$

Puisque $S \gg s$ alors $v_A \ll v_B$.

2) On applique le théorème de Bernoulli dans sa forme la plus simple (écoulement permanent et irrotationnel d'un fluide parfait) entre les sections S et s (de A vers B) :

En termes de pression : $(P_{\text{tot}})_A = (P_{\text{tot}})_B$

$$\left(p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A \right) = \left(p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B \right)$$

Avec $p_A = p_B = P_0$, $z_B = 0$ (origine des côtes), $z_A = h$ et $v_A \ll v_B$; on obtient après simplification :

$$v_B = \sqrt{2 g h} = 1,7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$D_V = s v_B = 50.10^{-6} \times 1,7 = 8,7.10^{-5} \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$$

3.1) dimension de la pression P :

on utilise la formule $P = \rho g h$, donc $[P] = \text{ML}^{-3}.\text{LT}^{-2}.\text{L} = \text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$.

Dimension de la viscosité dynamique η :

On utilise la formule : $\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{8\pi\eta v_{\text{moy}}}{s}$ pour exprimer η . $\eta = \frac{\Delta P}{\Delta x} \times \frac{s}{8\pi v_{\text{moy}}}$

On a donc : $[\eta] = \frac{\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}.\text{L}^2}{\text{L}.\left(\text{LT}^{-1}\right)} = \text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$. On remarque que la dimension de la viscosité dynamique est

celle d'une pression multipliée par celle d'un temps. L'unité S.I. de η est le Pa.s (ou poiseuille).

3.2) $P_C = P_0$ donc $P_B = \frac{8\pi\eta L v_{\text{moy}}}{s} + P_0$ {E1}

3.3) On applique le théorème de Bernoulli entre A et B en négligeant la perte de charge à l'entrée B de la conduite (rétrécissement) :

$$(P_{\text{tot}})_A = (P_{\text{tot}})_B$$

$$\left(p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A \right) = \left(p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B \right)$$

$p_A = P_0$, $z_B = 0$ (origine des côtes), $z_A = h$ et $v_A \ll v_B = v_{\text{moy}}$

$$P_B = P_0 + \rho g h - \frac{1}{2} \rho v_{\text{moy}}^2$$
 {E2}

3.4) D'après {E1} et {E2}, $\frac{8\pi\eta L v_{\text{moy}}}{s} + P_0 = P_0 + \rho g h - \frac{1}{2} \rho v_{\text{moy}}^2$

Soit : $\frac{1}{2} \rho v_{\text{moy}}^2 + \left(\frac{8\pi\eta L}{s} \right) v_{\text{moy}} - \rho g h = 0$

Ou encore : $v_{\text{moy}}^2 + \left(\frac{16\pi\eta L}{\rho s} \right) v_{\text{moy}} - 2 g h = 0$ (en faisant $\eta = 0$, on retrouve bien la situation des

questions 1 et 2 avec $v_B = v_{\text{moy}} = \sqrt{2 g h}$).

La résolution de l'équation du second degré en v_{moy} admet 2 racines dont une seule est positive avec :

$$v_{\text{moy}} = 0,50 \text{ m.s}^{-1}$$

Le nouveau débit volumique est : $D'_V = s v_{\text{moy}} = 2,5.10^{-5} \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ ($D'_V = 0,3 D_V$)