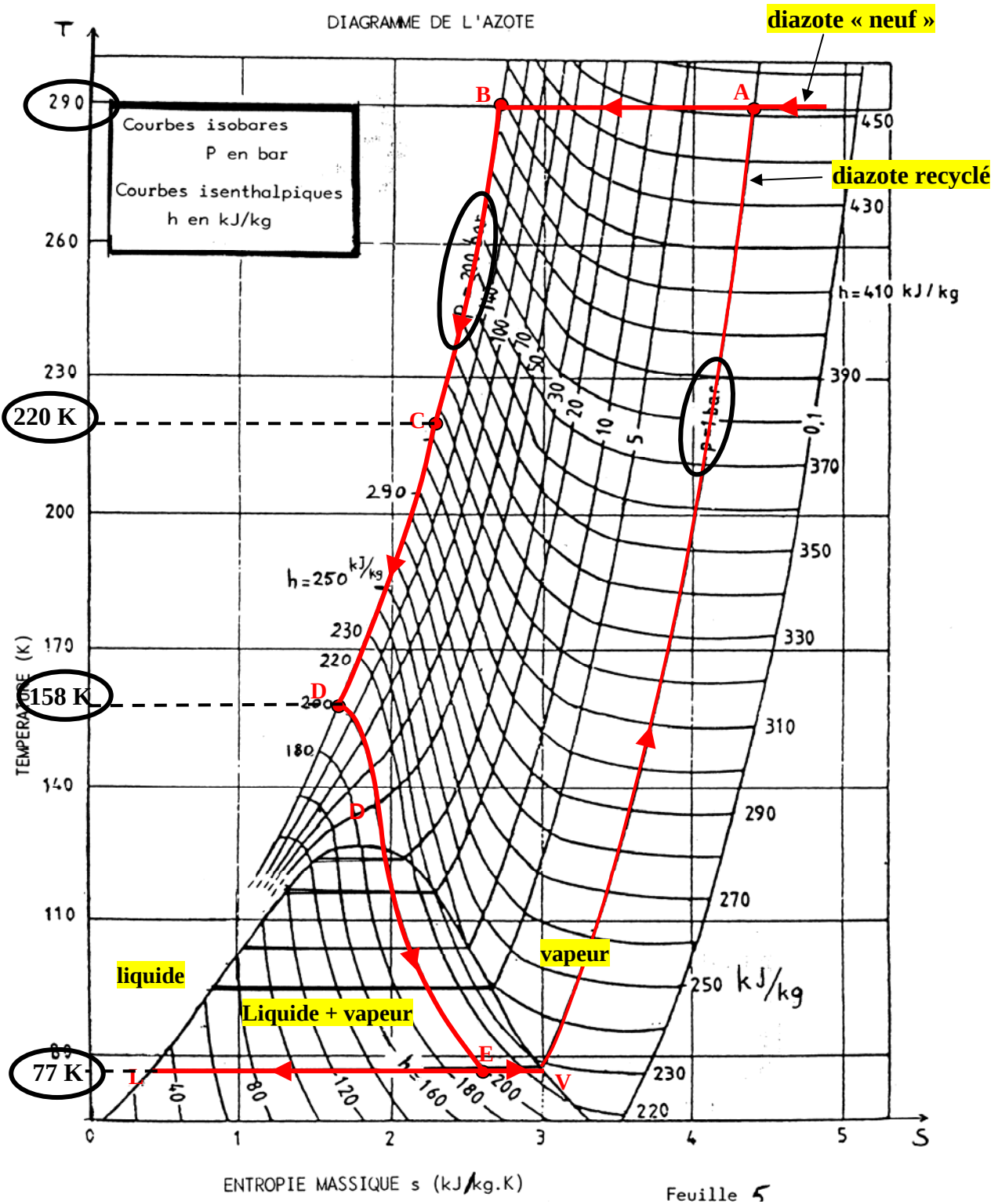


Correction physique

ÉTUDE D'UN LIQUÉFACTEUR DE DIAZOTE

1) Le placement des points sur le diagramme entropique (T,s) ne pose pas de problèmes particuliers. Bien repérer la courbe de saturation (en forme de cloche) : Placer le domaine d'existence du liquide (aux faibles valeurs de l'entropie) et le domaine d'existence de la vapeur sèche (valeurs de l'entropie élevées).



Entre ces deux domaines se trouve le domaine diphasique du corps pur N_2 . (liquide + vapeur).

L'ordonnée du point E nous donne la température du diazote dans l'état E : $T_E = 77 \text{ K}$ (sous 1 bar) : le point E se trouve dans la domaine $\{\text{Liq}+\text{Vap}\}$: T_E est la température de changement d'état $\text{liq} \leftrightarrow \text{vap}$ du diazote.

2) La compression du diazote est isotherme et réversible et dans ce cas, le deuxième principe de la thermodynamique s'écrit pour le système constitué par 1 kg de gaz azote qui subit la compression :

$$\Delta S = S_{\text{échange}} + S_{\text{création}}$$

La transformation A→B est réversible donc : $S_{\text{création}} = 0$; Le terme $S_{\text{échange}}$ correspond à l'échange thermique entre le système et le milieu extérieur :

$$S_{\text{échange}} = \int \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}}$$

La compression est isotherme et réversible donc $T_{\text{ext}} = T$ (du gaz) = constante donc $T = T_A$ (ou T_B) : on obtient :

$$S_{\text{échange}} = \frac{1}{T_A} \int_{\text{état A}}^{\text{état B}} \delta Q = \frac{Q_{AB}}{T_A}$$

Donc :

$$\Delta S = S_B - S_A = \frac{Q_{AB}}{T_A}$$

Ce qui donne la relation recherchée :

$$Q_{AB} = T_A (S_B - S_A)$$

Application numérique :

On relève sur le diagramme : l'abscisse du point A : $s_A = 4,4 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

l'abscisse du point B : $s_B = 2,7 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$$Q_{AB} = 290 \times (2,7 - 4,4) = -493 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le signe de Q_{AB} est négatif : le système (1 kg d'azote) cède de la chaleur au milieu extérieur.

2.2) Le refroidissement du compresseur est assuré par de l'eau de refroidissement qui circule dans un faisceau de tubes par exemple disposé autour du compresseur. La masse m d'eau qui subit une élévation de température reçoit la chaleur (donc de signe positif) $-Q_{AB}$ de 1 kg de diazote subissant la compression :

$$-Q_{AB} = m_e c_p \Delta \theta$$

On en déduit l'expression de la masse d'eau m_e :

$$m_e = \frac{-Q_{AB}}{c_p \Delta \theta}$$

Application numérique :

$$m_e = \frac{493.10^3}{4,18.10^3 \times 10} = 11,8 \text{ kg}$$

2.3) Le premier principe de la thermodynamique appliqué à 1 kg de diazote en écoulement permanent pour la transformation A→B s'écrit :

$$\Delta h = w_C + Q_{AB} \quad (\text{E1})$$

où w_C est le travail reçu par le diazote des parties mobiles du compresseur. Le diazote étant assimilé à un gaz parfait, sa variation d'enthalpie lors de la transformation A→B est $\Delta h = m c_p (T_B - T_A)$ or la compression A→B est isotherme donc : $\Delta h = 0 = w_C + Q_{AB}$.

On en déduit que le travail reçu par 1 kg de N_2 du compresseur est :

$$w_C = -Q_{AB} = 493 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Mais il est possible d'exprimer différemment ce travail : en effet, la deuxième identité thermodynamique s'écrit :

$$\Delta h = \int T ds + \int v dp$$

Or, il a été dit que : $Q_{AB} = \int T ds = T \int_{s_A}^{s_B} ds = T (s_B - s_A)$; La relation ci-dessus s'écrit donc :

$$\Delta h = Q_{AB} + \int v dp \quad (\text{E2})$$

En identifiant (E1) et (E2), on peut écrire :

$$w_C = \int_{\text{état A}}^{\text{état B}} v dp$$

$v = \frac{V}{m}$ est le volume massique du gaz ; Le gaz étant parfait, on a $pV = m r T$ donc $v = \frac{V}{m} = r \frac{T}{p}$ et :

$$w_C = r T \int_{p_A}^{p_B} \frac{dp}{p}$$

$$w_C = r T \ln \left(\frac{p_B}{p_A} \right)$$

Application numérique :

r est la constante massique du diazote : $r = \frac{R}{M}$

$$w_C = \frac{8,31}{28 \cdot 10^{-3}} \times 290 \times \ln\left(\frac{200}{1}\right) = 456 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

L'écart est du au fait que le gaz n'est pas parfait et que la transformation n'est pas réversible en réalité.

3.1) Deux façons possibles de justifier :

Le diazote traverse ensuite un échangeur thermique de la machine frigorifique (transformation B→C) ; or, cet échangeur ne possède pas de parties mobiles : $w_m = 0$; l'application du premier principe donne :

$$\Delta h = h_C - h_B = Q_{BC}$$

Ou bien, la transformation B→C est isobare donc la chaleur échangée par le système avec le milieu extérieur est égale à sa variation d'enthalpie.

3.2) Sur le diagramme entropique, on relève : $h_B = 420 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_C = 315 \text{ kJ.kg}^{-1}$ donc :

$$Q_{BC} = 315 - 420 = -105 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

La chaleur ôtée par la machine frigorifique à 1 kg de diazote qui la traverse est donc :

$$Q = -Q_{BC} = 105 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

3.3) l'efficacité e d'une machine frigorifique est :

$$e = \frac{\text{chaleur retirée au système à refroidir}}{\text{travail dépensé}}$$

Donc :

$$W = \frac{Q}{e} = 35 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

4.1) $S_E = S_L + S_V$; en introduisant les entropies massiques, on a :

$$m s_E = m_L s_L + m_V s_V$$

Soit :

$$s_E = \frac{m_L}{m} s_L + \frac{m_V}{m} s_V$$

Or, le titre en vapeur x du « mélange » liq-vap au point E est : $x = \frac{m_V}{m}$ et puisque $\frac{m_L}{m} = 1 - x$, on a :

$$s_E = (1 - x) s_L + x s_V$$

4.2) On obtient facilement x :

$$x = \frac{s_E - s_L}{s_V - s_L}$$

Application numérique :

Les entropies massiques aux points L, E et V sont lues sur le diagramme :

$$s_E = 2,6 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$s_L = 0,42 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$s_V = 3,0 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$x = \frac{2,6 - 0,42}{3,0 - 0,42} = 0,85$$

Donc, la quantité de diazote liquide produit est : $1 - x = 0,15$ kg par kilogramme de diazote entrant dans le compresseur.

5.1) Le travail massique total dépensé pour produire 0,15 kg diazote liquide est égal à : $W + w_C = 456 + 35 = 491 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Pour produire 1 kg de diazote liquide, l'énergie mécanique W_{tot} dépensée est égale à : $W_{\text{tot}} =$

$$\frac{491}{1 - x} = 3,27 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

5.2) On a $P = 10 \times \frac{W}{\Delta t} = 9,1 \text{ kW}$