

# Thermodynamique

## EXERCICE : COGENERATION ET MOTEUR DE STIRLING

Le moteur de Stirling fait aujourd'hui l'objet de nombreux programmes de recherche et développement aux Etats-Unis, au Japon et en Europe du Nord, où il y a déjà quelques opérations de démonstration en vraie grandeur, notamment en Allemagne et aux Pays-Bas.

Le moteur de Stirling présente des avantages significatifs par rapport à un moteur à explosion, Diesel ou essence:

- peu de maintenance et une longue durée de vie;
- moteur peu bruyant;
- la combustion extérieure et continue, à basse pression, peut être parfaitement contrôlée pour émettre peu de gaz polluants (3 à 4 ppm d'oxydes d'azote) ;
- enfin, dans les installations de co-génération, la quasi-totalité de la chaleur non dépensée peut être récupérée et exploitée, ce qui conduit à un rendement global potentiel très élevé, de l'ordre de 95 %.

Les températures notées  $T$  sont des températures absolues, en K.

### 1. Généralités sur les moteurs

Un moteur est un système fermé échangeant un travail  $W$  avec l'extérieur, une chaleur  $Q_F$  avec une source froide (température  $T_F$ ) et une chaleur  $Q_C$  avec une source chaude (température  $T_C$ ).

1.1) Indiquer les signes des quantités  $W$ ,  $Q_F$  et  $Q_C$ , en justifiant la réponse.

1.2) Donner la définition du rendement  $r$  d'un moteur.

### 2. Cycle de Carnot

Rappeler précisément la nature des transformations qui interviennent dans le cycle de Carnot.

2.1) Déterminer l'expression du rendement d'un cycle de Carnot  $r_C$  en fonction de  $T_F$  et  $T_C$ .

2.2) A  $T_F$  et  $T_C$  données, quel est l'intérêt que présente le calcul de  $r_C$ ? Justifier la réponse.

2.3) Représenter le cycle de Carnot dans le diagramme entropique ( $T,S$ ) et donner l'expression de  $Q_{\text{CYCLE}}$ .

### 3. Étude théorique du moteur de Stirling

Le moteur de Stirling est modélisé ainsi : moteur ditherme à combustion externe dans lequel un gaz parfait est soumis à un cycle à quatre transformations:

- $1 \rightarrow 2$  compression isotherme où le gaz échange de la chaleur avec la source froide.

- $2 \rightarrow 3$  transformation isochore.
- $3 \rightarrow 4$  détente isotherme où le gaz échange de la chaleur avec la source chaude.
- $4 \rightarrow 1$  transformation isochore.

On notera  $P_i$ ,  $V_i$ ,  $T_i$  les variables d'état relatives aux états (i).

3.1) Représenter l'allure du cycle de Stirling dans le diagramme de Clapeyron.

3.2) Calculer l'expression des travaux  $W_{12}$ ,  $W_{23}$ ,  $W_{34}$  et  $W_{41}$  échangés au cours de chaque transformation ainsi que le travail total  $W$  en fonction des variables  $V_i$ ,  $T_i$  et  $n$  (quantité de gaz parfait, en mol).

3.3) Calculer la variation d'énergie interne au cours de la transformation  $3 \rightarrow 4$ . En déduire l'expression de la quantité de chaleur  $Q_{34}$  échangée avec la source chaude.

3.4) Établir l'expression donnant le rendement du moteur de Stirling en fonction de  $T_2$  et  $T_3$ . Justifier alors l'intérêt que suscite un tel moteur.

#### 4. Étude numérique du moteur de Stirling

Ce moteur est utilisé pour une installation individuelle de co-génération. Il est placé au foyer d'une parabole: la source chaude est ainsi maintenue à 770 K par concentration du rayonnement solaire. Le travail obtenu est transformé en électricité à l'aide d'un alternateur, et la chaleur restante sert au chauffage de la maison.

Le tableau suivant donne les valeurs des variables  $P$ ,  $V$  et  $T$  dans les quatre états du système.

|                       | État 1             | État 2             | État 3             | État 4             |
|-----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $P$ (Pa)              | $1,0 \times 10^5$  | $5,0 \times 10^5$  | $14,3 \times 10^5$ | $2,9 \times 10^5$  |
| $V$ (m <sup>3</sup> ) | $1 \times 10^{-3}$ | $2 \times 10^{-4}$ | $2 \times 10^{-4}$ | $1 \times 10^{-3}$ |
| $T$ (K)               | 270                | 270                | 770                | 770                |

4.1) Calculer le rendement de ce moteur.

4.2) Calculer  $W$ ,  $Q_{34}$  et en déduire la valeur de la chaleur  $Q_{12}$  échangée avec la source froide.

4.3) Sachant que le cycle est répété 500 fois par minute, en déduire la puissance fournie sous forme de travail. Calculer également la puissance thermique fournie par le système.