

DIAGRAMME ENTROPIQUE D'UN CYCLE MOTEUR : CORRECTION

1) Par définition à P et T constante : $l_{\text{vap}}(T) = h_{\text{vap}}(T) - h_l(T)$

À partir des données du tableau : $l_{\text{vap}}(298\text{K}) = 2547 - 105 = 2442 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$$l_{\text{vap}}(473\text{K}) = 2793 - 853 = 1940 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

2)

- A→B : compression isentropique donc $s_B = s_A$ et au point B, l'eau est à l'état de liquide saturant à 473 K donc $s_B = 2,33 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} = s_A$ (lue dans le tableau).
- B→D : vaporisation de l'eau à P constante et $T = T_C = \text{cste}$ (de liquide saturant à vapeur saturante sèche) ; on lit dans le tableau $s_D = 6,43 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- D→E : détente isentropique donc $s_D = s_E = 6,43 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Remarque :

On peut retrouver la valeur de s_D par le deuxième principe de la thermo : $\delta q = l_{\text{vap}}(473\text{K})$.

Deuxième principe de la thermo (grandeurs massiques) : $ds = \frac{\delta q}{T_{\text{ext}}} + \delta s_{\text{création}}$. Toutes les transformations sont réversibles donc $\delta s_{\text{création}} = 0$.

$$ds = \frac{l_{\text{vap}}(473\text{K})}{T_C} \quad \text{donc} \quad \int_{s_B}^{s_D} ds = s_D - s_B = \frac{l_{\text{vap}}(473\text{K})}{T_C}$$

d'où :

$$s_D = s_B + \frac{l_{\text{vap}}(473\text{K})}{T_C}$$

AN :

$$s_D = 2,33 + \frac{1940}{473} = 6,43 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

3) au point A, à la température $T_F = 298 \text{ K}$, l'entropie de m kg de corps pur diphasique est : $S_A = S_{\text{liq}} + S_{\text{vap}}$

soit : $ms_A = m_{\text{liq}}s_{\text{liq}}(298\text{K}) + m_{\text{vap}}s_{\text{vap}}(298\text{K})$

c'est-à-dire : $s_A = \frac{m_{\text{liq}}}{m} s_{\text{liq}}(298\text{K}) + \frac{m_{\text{vap}}}{m} s_{\text{vap}}(298\text{K})$

Par définition, le titre en vapeur est : $x = \frac{m_{\text{vap}}}{m}$ et le titre en liquide est $x_L = \frac{m_{\text{liq}}}{m} = 1 - x$. Donc, au point A :

$$s_A = (1 - x_A) s_{\text{liq}}(298\text{K}) + x_A s_{\text{vap}}(298\text{K})$$

Ce qui donne :

$$x_A = \frac{s_A - s_{\text{liq}}(298\text{K})}{s_{\text{vap}}(298\text{K}) - s_{\text{liq}}(298\text{K})} = \frac{KA}{KG}$$

De même, au point E :

$$x_E = \frac{s_E - s_{\text{liq}}(298\text{K})}{s_{\text{vap}}(298\text{K}) - s_{\text{liq}}(298\text{K})} = \frac{KE}{KG}$$

AN :

$$x_A = \frac{2,33 - 0,367}{8,56 - 0,367} = 0,24.$$

$$x_E = \frac{6,43 - 0,367}{8,56 - 0,367} = 0,74$$

On remarque que x_E n'est pas très élevé (en fin de détente dans la turbine) : les gouttellettes d'eau produites endommagent sérieusement les aubages de la turbine.

Le titre x_A est assez élevé : il s'agirait donc d'amener au GV par compression un mélange liquide-vapeur (compresseur pour une vapeur et pompe pour un liquide : technologiquement, c'est un problème).

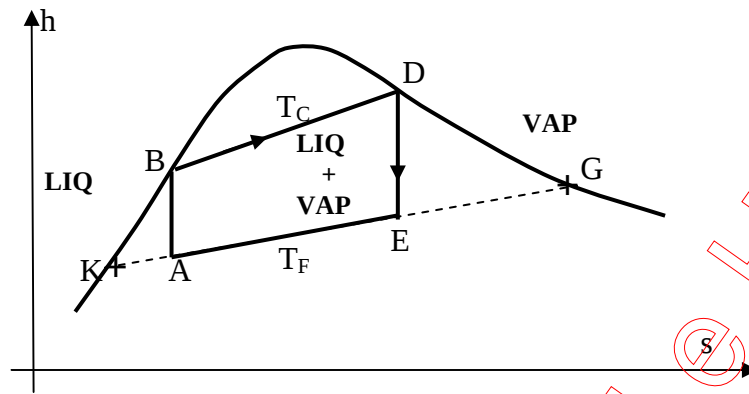
4) Les isobares sont confondues avec les isothermes dans le domaine (Liq+Vap). Or, dans le diagramme de Mollier, dans le domaine (liq+vap), les isobares sont des segments de droite de pente T (la température de changement d'état). D'après la deuxième identité thermodynamique, $dh = Tds + vdp$.

Pour la vaporisation à $T_C = 473 \text{ K}$: $P = \text{cste}$, alors $dP = 0$ donc $\int_{h_B}^h dh = T_C \int_{s_B}^s ds$ soit :

$$h = (h_B - T_C s_B) + T_C s$$

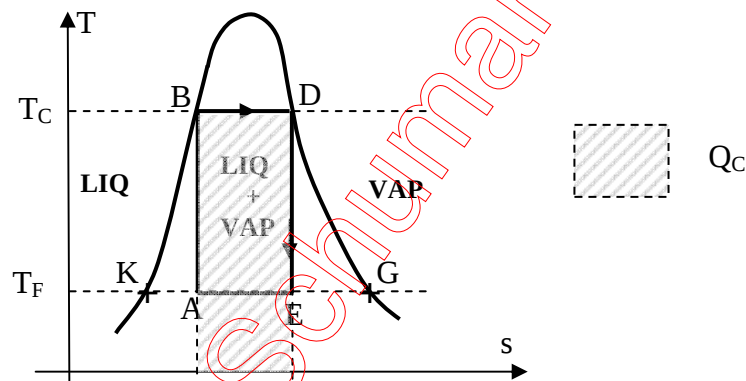
Il s'agit bien d'une droite affine de coefficient directeur T_C .

Concernant la condensation à la température T_F , l'isotherme-isobare est une droite de coefficient directeur $T_F < T_C$.

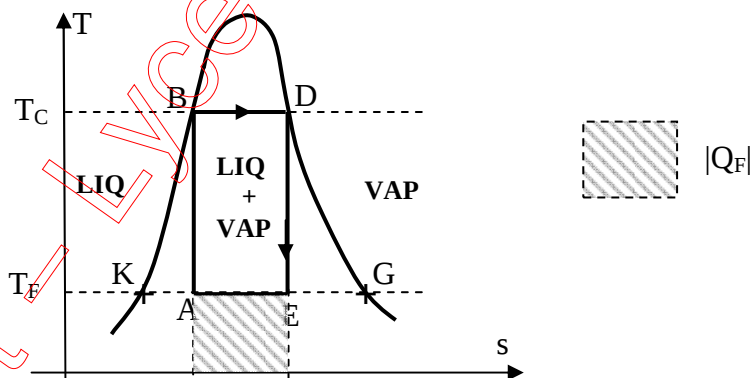


5) D'après le deuxième principe de la thermo, la chaleur **reçue** ($Q_C > 0$) par l'eau au GV est :

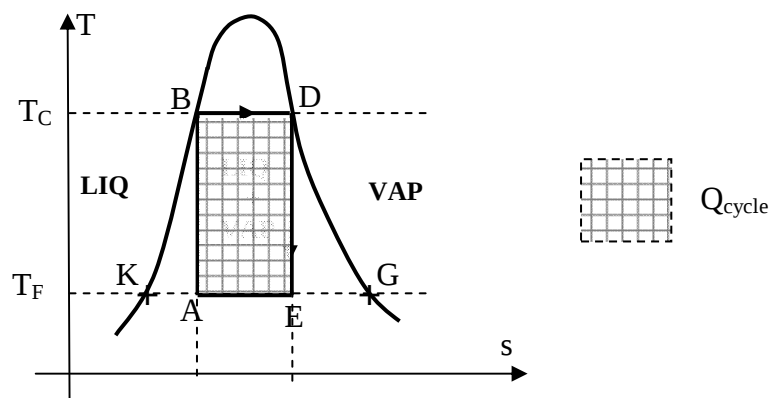
$Q_C = \int_{s_B}^{s_D} T_C ds$: elle correspond, dans le diagramme (T,s) à l'aire de la surface située sous la courbe $T = T_C$ limitée par les isentropes s_B et s_D .



Au condenseur, $Q_F < 0$: l'eau qui traverse le condenseur cède de la chaleur. Or, $Q_F = \int_{s_E}^{s_A} T_F ds$: elle correspond (en valeur absolue), dans le diagramme (T,s) à l'aire de la surface située sous la courbe $T = T_F$ limitée par les isentropes $s_E = s_D$ et $s_A = s_B$.



Donc, au cours d'un cycle, $Q_C + Q_F = Q_{\text{cycle}}$ est l'aire intérieure au cycle et puisque $Q_C > |Q_F|$, $Q_{\text{cycle}} > 0$.



6) Le premier principe de la thermodynamique appliqué au cycle de transformations s'écrit :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}}$$

Donc :

$$W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}} \text{ soit } W_{\text{cycle}} < 0 \text{ (le cycle est bien moteur)}$$

Avec :

$$|W_{\text{cycle}}| = Q_{\text{cycle}}$$

L'aire intérieure du cycle représente aussi $|W_{\text{cycle}}|$.

7) Le rendement thermodynamique du cycle est l'énergie cédée par l'eau sous forme de travail au cours d'un cycle ($-W_{\text{cycle}}$) rapportée à l'énergie thermique Q_C reçue au GV pendant un cycle.

$$\eta = \frac{-W_{\text{cycle}}}{Q_C} (< 1 : \text{on le voit clairement grâce aux aires des surfaces représentées})$$

$$\eta = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \quad (Q_F < 0)$$

Ceci est l'expression du rendement de tout cycle moteur ditherme.

$$\text{Or, } Q_F = \int_{s_E}^{s_A} T_F ds = T_F (s_A - s_E) = T_F (s_B - s_D) \quad \text{et} \quad Q_C = \int_{s_B}^{s_D} T_C ds = T_C (s_D - s_B)$$

Donc :

$$\eta = 1 + \frac{T_F (s_B - s_D)}{T_C (s_D - s_B)} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0,37 \text{ (37\%)}$$

Il s'agit bien du rendement du moteur de Carnot (2 isothermes reliées par deux isentropes (adiab et rév)).