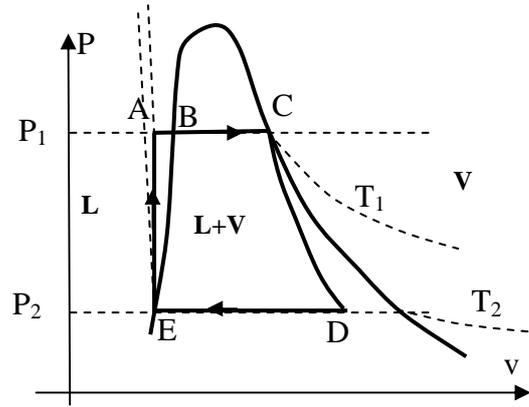


PARTIE A

1) Le digramme de Clapeyron de coordonnées (P,v) avec la courbe de saturation de l'eau a l'allure suivante :



Explications :

C→D : détente isentropique de vapeur saturante sèche : v augmente et P diminue (la vapeur en sortie de turbine est une vapeur humide).

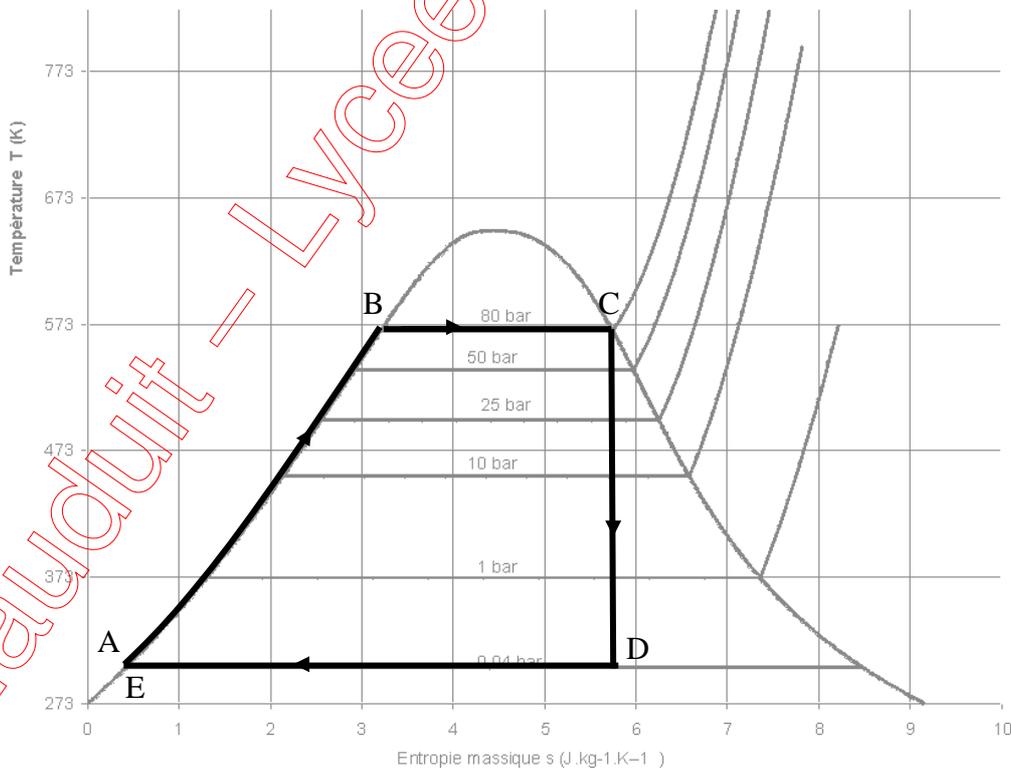
D→E : fin de condensation de l'eau : P = cste et T = T₂ = cste (l'isobare est confondue avec l'isotherme sous la courbe de saturation).

E→A : passage de l'eau par la pompe : (transformation isentropique) : le volume massique v de l'eau ($v = \frac{1}{\rho}$) est quasiment constant (fluide « incompressible ») et P augmente de P₂ à P₁. La température n'a quasiment pas varié (T = T₂ au point A)

A→B : échauffement isobare de l'eau de T₂ à T₁ (température de changement d'état à la pression P₁).

B→C : vaporisation de l'eau à P = cste = P₁ et T = cste = T₁ (en C, la vapeur est saturante sèche).

2)



Explications :

C→D : détente isentropique ($s_C = s_D = cste$) : la baisse de pression de l'eau entraîne également une baisse de température.

D→E : condensation à $T_2 = \text{cste}$ et $P_2 = \text{cste}$. $\Delta s = s_E - s_D = -x_D \frac{l_{\text{vap}}(T_2)}{T_2} < 0$: s diminue.

E→A : compression isentropique de l'eau dans la pompe : $s_A = s_E$. Or, pour un fluide incompressible :

$$c_p \approx c_v$$

Soit : $\delta q \approx c_p dT \approx c_v dT$
 Puisque $\delta q = 0$ (« compression » adiabatique) alors $dT = 0$ donc $T_A = T_E$ (en première approximation). Les points A et E sont quasiment confondus dans le diagramme entropique.

A→E : échauffement isobare. Les courbes isobares, côté liquide, sont très proches de la courbe d'ébullition.

En supposant $c_e = \text{cste}$ ($= c_{\text{liq saturant}}$), l'application du deuxième principe conduit à écrire :

$$ds = \frac{\delta q}{T_{\text{ext}}} + \delta s_{\text{création}}$$

La transformation est réversible donc $\delta s_{\text{création}} = 0$ et $ds = \frac{c_e dT}{T}$ soit :

$$s_B - s_A = \int_{T_A}^{T_B} c_e \frac{dT}{T} = c_e \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right)$$

Puisque $T_B > T_A$ alors $s_B > s_A$.

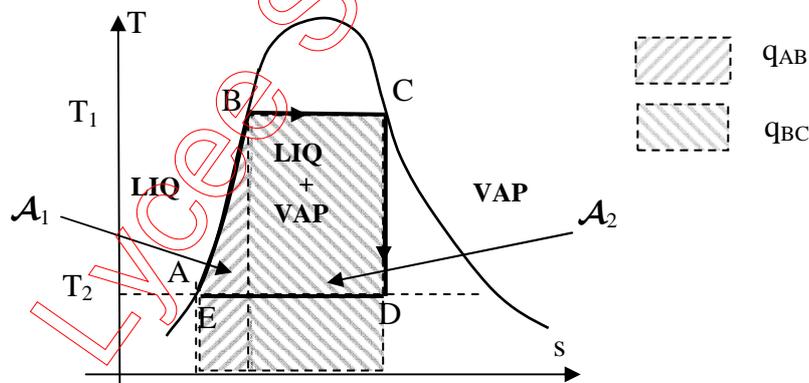
B→C : vaporisation à P_1 cste et T_1 cste : $\Delta s = s_C - s_B = \frac{l_{\text{vap}}(T_1)}{T_1} > 0$: s augmente.

Évaluation du rendement du cycle

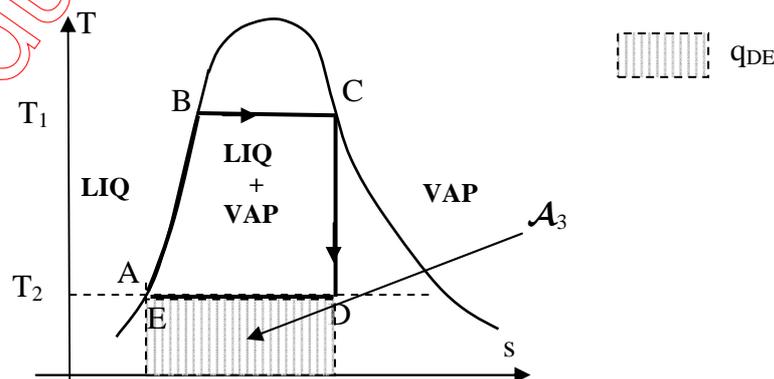
D'après le deuxième principe de la thermo, la chaleur massique **recue** ($q_1 > 0$) par l'eau au GV est :

$q_1 = q_{AB} + q_{BC}$ avec :

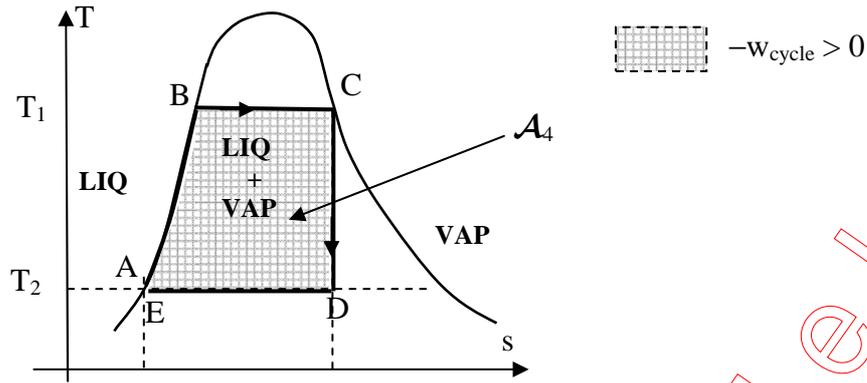
- $q_{AB} = \int_{s_A}^{s_B} T ds$: c'est l'aire \mathcal{A}_1 de la surface située sous la courbe $T = f(s)$ limitée par les isentropes s_A et s_B .
- $q_{BC} = \int_{s_B}^{s_C} T_1 ds$: c'est l'aire \mathcal{A}_2 de la surface située sous la courbe $T = T_1$ limitée par les isentropes s_B et s_C .



Au condenseur, $q_2 < 0$: l'eau qui traverse le condenseur cède de la chaleur avec $q_2 = q_{DE} = \int_{s_D}^{s_E} T_2 ds$: c'est l'aire \mathcal{A}_3 de la surface située sous la courbe $T = T_2$ limitée par les isentropes $s_A = s_E$ et $s_C = s_D$.



$q_{\text{cycle}} > 0$ représente l'aire de la surface intérieure au cycle avec $q_{\text{cycle}} = -w_{\text{cycle}}$ (1^{er} principe).



Le rendement thermodynamique de l'installation est :

$$\eta = \frac{-w_{\text{cycle}}}{q_1} = \frac{A_4}{A_1 + A_2} < 1.$$

3) D'après le tableau fourni :

- Au point C, la vapeur est saturante sèche : $h_C = h_{\text{vap}} \text{ à } 80 \text{ bar} = 2758 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
- Au point D, l'enthalpie massique est obtenue à l'aide du titre en vapeur x_D :

$$h_D = x_D h_{\text{vap}(0,04\text{bar})} + (1-x_D) h_{\text{liq}(0,04\text{bar})}. \text{ Or, } x_D = \frac{s_D - s_{\text{liq}(0,04\text{bar})}}{s_{\text{vap}(0,04\text{bar})} - s_{\text{liq}(0,04\text{bar})}} \text{ avec } s_D = s_C = s_{\text{vap}(80\text{bar})} = 5,744$$

$$\text{kJ.kg}^{-1}. \text{ On obtient : } x_D = \frac{5,744 - 0,372}{8,476 - 0,372} = 0,66. \text{ Donc } h_D = (0,66 \times 2554) + (1-0,66) \times 121 = 1727$$

kJ.kg^{-1} .

- Au point E, l'eau est à l'état de liquide saturant à 0,040 bar : $h_E = h_{\text{liq}(0,04\text{bar})} = 121 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
- Au point A : la deuxième identité thermodynamique s'écrit :

$$dh = Tds + v_{\text{liq}} dP = v dP \text{ (car } s = \text{cste)}$$

Donc :

$$h_A - h_E = \int_{P_2}^{P_1} v_{\text{liq}} dP$$

La variation du volume massique de l'eau en fonction de la pression exercée sur l'eau est négligeable donc

$$v_{\text{liq}} \approx \text{cste et : } h_A - h_E = v_{\text{liq}} \int_{P_2}^{P_1} dP = v_{\text{liq}} (P_1 - P_2).$$

$$\text{On obtient : } h_A = h_E + v_{\text{liq}} (P_1 - P_2) = 121 \cdot 10^3 + 0,001 \times (80 \cdot 10^5 - 0,040 \cdot 10^5) = 121 + 8 = 129 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

L'application du premier principe de la thermo entre E et A (régime permanent et système ouvert) donne :

$$h_A - h_E = w_m + q_{EA} = w_m \text{ (puisque } q_{EA} = 0) \\ \text{donc } w_m = 8 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

Le travail massique reçu par l'eau dans la pompe est faible.

- Au point B, $h_B \approx h_{\text{liq}(80\text{bar})} = 1317 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

4) Sur le diagramme de Mollier ci-dessous, on trace la transformation CD (isentropique). On lit le titre x de la vapeur d'eau à la sortie de la turbine (point D) : $x_D = 0,67$.

C'est bien la valeur obtenue par calcul.

5) Le rendement thermodynamique du cycle est :

$$\eta = \frac{-w_{\text{cycle}}}{q_1}$$

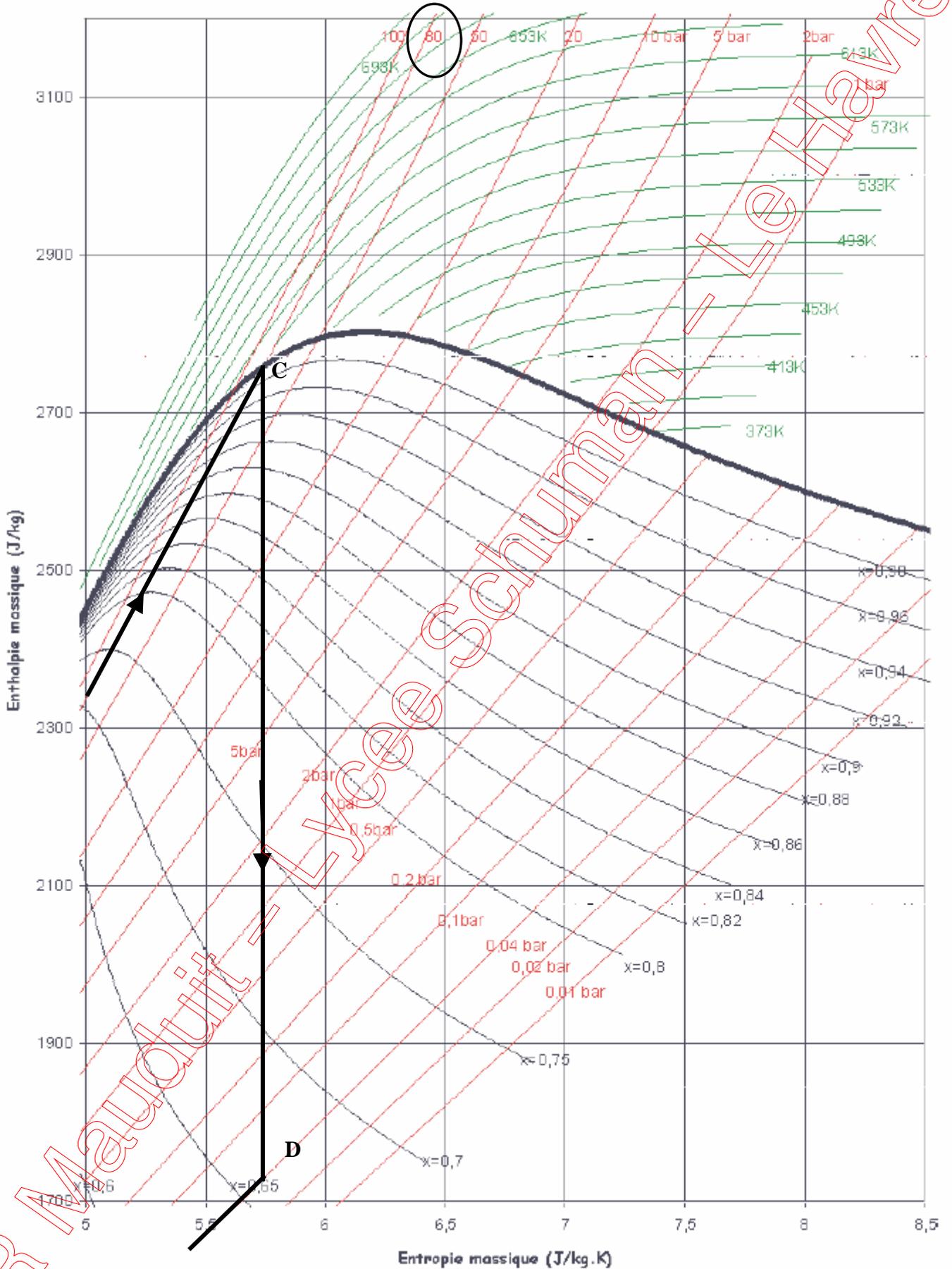
Avec : $w_{\text{cycle}} = (w_m)_{\text{Tu}} + (w_m)_{\text{pompe}} = (h_D - h_C) + (h_A - h_E)$

Et $q_1 = q_{\text{gy}} = h_C - h_A$

Donc :

$$\eta = \frac{-(h_D - h_C + h_A - h_E)}{h_C - h_A} = 0,389$$

Diagramme de Mollier de l'eau



6) La question posée peut apparaître comme insuffisamment précise.

Pour un débit massique D_m de vapeur, la puissance thermique reçue par l'eau au GV est :

$$P_{th} = D_m q_l = D_m (h_C - h_A) = \frac{500 \cdot 10^3}{3600} \times (2758 \cdot 10^3 - 129 \cdot 10^3) = \mathbf{365 \text{ MW}}$$

La puissance mécanique disponible sur l'arbre de la turbine est égale à la puissance cédée par l'eau dans la transformation C→D :

$$P_m = D_m (w_m)_{Tu} = D_m (h_C - h_D) = \frac{500 \cdot 10^3}{3600} \times (2758 \cdot 10^3 - 1727 \cdot 10^3) = \mathbf{143 \text{ MW}}$$

7) La puissance thermique cédée par l'eau au condenseur est supposée égale à la puissance thermique reçue par l'eau de circulation dont la température augmente de $\Delta T = 8 \text{ }^\circ\text{C}$ (soit 8 K) :

$$(P_{th})_{cédée} = -D_m (h_E - h_D)$$

Et :

$$(P_{th})_{reçue} = D'_m c_e \Delta T$$

Donc :

$$D'_m = \frac{-D_m (h_E - h_D)}{c_e \Delta T} = 6,6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

8) La masse m' de vapeur à condenser par heure est égale à $0,66 \times 500 = 330$ tonnes. La surface S nécessaire est

$$\text{donc : } S = \frac{330 \cdot 10^3}{40} = 8250 \text{ m}^2.$$