

Une installation frigorifique assure le maintien de la cellule (ou salle) de stockage des déchets à une température modérée. Un fluide (fréon) permet, en décrivant un cycle supposé quasi-statique, de prélever de la chaleur à l'intérieur de la salle et de céder de l'énergie à une source extérieure.

- À la sortie de l'évaporateur (radiateur échangeur) $\mathcal{E}$, la vapeur sèche, tout juste saturante à la pression P_1 et à la température T_1 (état **A**), est entraînée dans le compresseur $\mathcal{P}$ où elle est comprimée jusqu'à la pression P_2 et la température T'_2 (état **B**). La compression **AB** est considérée comme isentropique.
- Maintenu sous la pression constante P_2 , le fluide, entièrement gazeux, pénètre dans le condenseur (radiateur échangeur) $\mathcal{C}$ où il se refroidit, puis se liquéfie totalement. A la fin de cette étape, l'état du corps pur est caractérisé par les paramètres P_2 et T_2 (état **C**).
- Le liquide passe ensuite dans le détendeur $\mathcal{D}$, dans lequel il subit une détente isenthalpique (absence de pièces mobiles) en se vaporisant partiellement : soit x le **titre (ou fraction) massique en vapeur**. Au terme de cette étape, l'état du corps pur est caractérisé par les paramètres P_1 et T_1 (état **D**).
- Ce mélange liquide-vapeur pénètre ensuite dans l'évaporateur $\mathcal{E}$, où il achève, à pression constante, de se vaporiser à l'état de vapeur saturante (état **A**).

Hypothèses de travail :

- Le groupe fonctionne en régime permanent. L'énergie cinétique du fluide et l'action de la pesanteur sont négligées.
- h est l'enthalpie de l'unité de masse (1 kg) de ce corps pur (ou enthalpie massique).
- c_l est la capacité thermique massique (constante) du fréon liquide.
- $P_s(T)$ est la pression de l'équilibre liquide-vapeur du corps pur, ou pression de vapeur saturante, à la température T .
- La chaleur latente (massique) de vaporisation du fluide, à température T , est notée $L_v(T)$.
- Le corps pur gazeux, de masse molaire M , est supposé parfait. Sa caractéristique énergétique $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{v,m}}$

(rapport des coefficients thermiques molaires, respectivement isobare et isochore) est constante.

Données :

$T(K)$	243	251,5	267	280	304	306
$P_s(T)$ (bar)	0,85	1,25	2,40	3,90	5,90	8,50

$$\begin{array}{lll}
 T_1 = 243 \text{ K} & L_v(T_1) = 216 \text{ kJ.kg}^{-1} & P_1 = 0,85 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\
 T_2 = 310 \text{ K} & L_v(T_2) = 169 \text{ kJ.kg}^{-1} & P_2 = 8,50 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\
 M = 120 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1} & \gamma = 1,13 & c_l = 1,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \\
 R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}.\text{K}^{-1} \text{ (constante du gaz parfait).}
 \end{array}$$

I. Diagramme du corps pur

1. Soit v , le volume massique du corps pur. Représenter l'allure du cycle dans le diagramme $P = f(v)$ du corps pur. On y fera figurer la courbe de saturation du fluide, les isothermes, ainsi que les points **A**, **B**, **C** et **D**.
2. Représenter l'allure du cycle, dans le diagramme $P = f(T)$ du corps pur. On y représentera la courbe d'équilibre $P_s(T)$, ainsi que les points **A**, **B**, **C** et **D**.

II. Compression (A → B)

1. Exprimer, en fonction de T_1 , P_1 , P_2 et γ , la température T'_2 du fréon à la sortie du compresseur $\mathcal{C}$.
2. Le travail massique w , reçu par l'unité de masse de corps pur ayant transité dans le compresseur, est égal à la variation d'enthalpie massique Δh_{AB} de ce fluide. Donner, en fonction de T_1 , T'_2 , M , R et γ , l'expression de w .
3. *Application numérique :* Calculer T'_2 et w .

III. Refroidissement et liquéfaction dans le condenseur (B → C)

1. Donner la température d'apparition de la première goutte de fréon liquide.
2. Exprimer, en fonction de T_2 , T'_2 , M , R , γ et $L_v(T_2)$, l'expression de la variation d'enthalpie massique Δh_{BC} du fluide.
3. *Application numérique :* Calculer Δh_{BC} .

IV. Détente isenthalpique (C → D)

1. Le fréon entre liquide à la température T_2 dans le détendeur $\mathcal{D}$, et en sort sous forme de mélange liquide-vapeur à la température T_1 . La détente est isenthalpique. Soient h_{liq} et h_{vap} les enthalpies massiques du corps pur, respectivement liquide et vapeur. Donner la relation entre $h_{\text{liq}}(T_2)$, $h_{\text{liq}}(T_1)$, $h_{\text{vap}}(T_1)$ et x .

2. Le liquide saturant au point C étant de volume massique constant, il n'échange que de la chaleur avec l'extérieur : la variation d'enthalpie du liquide est approximativement égale à la variation d'énergie interne.

Pour calculer la fraction massique de vapeur x à la sortie du détendeur, on envisage le chemin réversible suivant :

- Refroidissement du liquide saturant de T_2 à T_1 (C→C') : Pour cette transformation, quelle relation peut-on écrire entre $\Delta h_{\text{liq sat}}$, c_l , T_1 et T_2 ?

- Vaporisation partielle à T_1 et P_1 jusqu'au point D : exprimer $\Delta h_{\text{liq C'D}}$ en fonction de x et $L_V(T_1)$.

3. Exprimer, en fonction de c_l , T_1 , T_2 et $L_V(T_1)$, la fraction massique de vapeur x à la sortie du détendeur.

4. *Application numérique* : Calculer x .

V. Fin de la vaporisation (D → A)

1. Donner, en fonction de x et de $L_V(T_1)$, la quantité de chaleur Δh_{DA} reçue par 1 kg de corps pur, au cours de cette étape.

2. *Application numérique* Calculer Δh_{DA} .

VI. Bilan énergétique du cycle

1. Vérifier, numériquement, le bilan enthalpique du cycle.

2. Définir l'efficacité frigorifique ε_f de l'installation.

3. *Application numérique*

3.1. Calculer ε_f .

3.2. Pour maintenir, en régime stationnaire, une cellule de stockage de déchets à température constante, il est nécessaire de prélever une puissance thermique de 105 W. Calculer la puissance mécanique moyenne à fournir au fluide.

3.3. Calculer la valeur correspondante de D_m , débit massique moyen du fréon, dans le circuit.