Solution:

Compresseur :

1) On utilise la relation de Mayer pour le g.p. : $c_p - c_v = r$ (grandeurs massiques) et $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

$$\text{Donc } \gamma = \frac{c_p}{c_p - r} ; \text{ AN : } \gamma = \frac{1000}{1000 - 287} = \mathbf{1,40}.$$

2) La compression de l'air assimilée à 1 g.p. est adiabatique et réversible : on utilise une forme de la loi de

$$\text{Laplace : } T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{cste} \text{ soit ici : } T_1 = T_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 = 298 \times \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} = \mathbf{442,8 \text{ K}}.$$

3) On applique le premier principe de la thermodynamique à **1 kg** d'air traversant le compresseur (système ouvert à une entrée et une sortie) entre son entrée et sa sortie :

$$\Delta(h + e_c + e_{pp}) = (w_m)_C + q$$

Dans le cas étudié, on suppose classiquement : $e_c + e_{pp} \ll h$ ce qui donne : $\Delta h = (w_m)_C + q$ or la compression est adiabatique donc : $\Delta h = (w_m)_C$

La deuxième loi de Joule appliqué au gaz parfait s'écrit : $\Delta h = c_p \Delta T$

Le travail massique reçu par 1 kg d'air du compresseur est : $(w_m)_C = c_p \Delta T = 145 \text{ kJ / kg}$.

Le travail fourni par le compresseur à $m = 60 \text{ kg}$ d'air traversant le compresseur par seconde est :

$W = m \times (w_m)_C = 8,7 \cdot 10^6 \text{ J}$ (par seconde) ce qui correspond à la puissance P_C fournie par le compresseur :

$$P_C = Dm \times (w_m)_C \\ \mathbf{P_C = 8,7 \text{ MW}}.$$

Chambre de combustion :

4) Pour élever la température de $m = 60 \text{ kg}$ d'air (par seconde) à pression constante de T_1 à T_2 , la chaleur à apporter est :

$$Q = m c_p (T_2 - T_1) = \mathbf{43,8 \cdot 10^6 \text{ J}}$$
 (par seconde).

5) Cette chaleur est apportée par la masse m_K de kérosène qui brûle ; Or, le PCI du kérosène est l'énergie thermique libérée par la combustion de 1 kg de kérosène donc $Q = m_K (PCi)$.

$$m_K = \frac{Q}{PCi} = \mathbf{1,02 \text{ kg}}$$
 par seconde.

L'hypothèse selon laquelle l'air est en grand excès est correcte .

Turbine :

6) Par un raisonnement analogue à celui effectué pour le compresseur, on obtient pour la turbine (transf. adiabatique) :

$$c_p (T_3 - T_2) = \Delta h = (w_m)_T$$

Or la détente adiabatique des gaz (assimilée à de l'air) en sortie de turbine provoque un refroidissement donc $T_3 < T_2$ donc $(w_m)_T < 0$. (les gaz (air) cèdent de l'énergie sous forme de travail aux parties mobiles de la turbine)

7) La puissance mécanique reçue par la turbine est $P_T = - Dm (w_m)_T > 0$.

8) En supposant que la puissance reçue par la turbine est fournie au compresseur :

$$P_T = - Dm (w_m)_T = P_C = Dm \times (w_m)_C$$

$$\text{Soit : } -(T_3 - T_2) = (T_1 - T_0)$$

$$\text{C'est à dire : } T_3 = T_2 - T_1 + T_0$$

$$\mathbf{T_3 = 1028 \text{ K}}.$$

9) La transf dans la turbine est adiabatique et réversible pour le g.p. donc :

$$p_3 = p_2 \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \text{ avec } p_2 = p_1 = 4 \text{ bar. } \quad \mathbf{p_3 = 2,52 \text{ bar}}.$$